

研究集会「結び目の数理III」講演アブストラクト

12月23日(水)

村尾 智 (早稲田大学)

ハンドル体結び目の MCQ ねじれ Alexander 不変量
(石井 敦氏 (筑波大学) との共同研究)

多重共役カンドル (MCQ) とは, ハンドル体結び目図式の Reidemeister 変形に由来する代数系である. 本講演では, MCQ Alexander pair と呼ばれる多重共役カンドルの線形拡大に付随する写像の組を用いることで, 多重共役カンドルのねじれ微分を導入し, ハンドル体結び目の MCQ ねじれ Alexander 不変量を紹介する.

谷口 雄大 (大阪市立大学大学院理学研究科)

f -twisted Alexander matrix と quandle homomorphism について

f -twisted Alexander matrix とは石井敦氏と大城佳奈子氏によって導入された概念であり、quandle の表示から絡み目の (twisted) Alexander matrix を復元する。本講演では f -twisted Alexander matrix と quandle homomorphism の関係について紹介し、ある条件では quandle homomorphism の個数が f -twisted Alexander matrix の Alexander polynomial で完全に決定されることを示す。

秋本 裕太 (早稲田大学大学院教育学研究科)

ハンドル体結び目の結び目解消数と交点数の関係について

非自明な結び目 K の結び目解消数 $u(K)$ と交点数 $c(K)$ については、 $u(K) \leq \frac{1}{2}(c(K) - 1)$ が成立することが知られている。また $u(K) = \frac{1}{2}(c(K) - 1)$ となる K は $(2, p)$ -トーラス結び目であることも知られている。本講演では、非自明なハンドル体結び目 H の結び目解消数 $u(H)$ と交点数 $c(H)$ についても、 $u(H) \leq \frac{1}{2}(c(H) - 1)$ が成立することを示す。また $u(H) = \frac{1}{2}(c(H) - 1)$ となる H は、 $(2, 3)$ -トーラス結び目の正則近傍と自明なハンドル体結び目のディスク和であることを示す。

芭瀬田 保 (大阪市立大学大学院理学研究科)

空間グラフの A_2 ブラケット不変量の正規化

A_2 ブラケット不変量は、Kuperberg によって導入された絡み目の regular isotopy 不変量だが、(3 正則 2 部グラフの) 空間グラフの regular isotopy 不変量であると考えられる事ができる。これを正規化する一つの方法を与え、正規化された不変量が自然な性質を持つ事を示す。

12月24日(木)

松土 恵理 (日本大学文理学部)

Coloring links by symmetric group of order 3

(市原 一裕氏 (日本大学) との共同研究)

In this talk, we consider a coloring by symmetric group S_3 for a link, which we call a S_3 -coloring. An S_3 -coloring with n colors is denoted by an (S_3, n) -coloring. We focus on whether an $(S_3, 5)$ -colorable link has a diagram with an $(S_3, 4)$ -coloring. We show that all the $(S_3, 5)$ -colorable 2-bridge links are $(S_3, 4)$ -colorable.

上田 涼太郎 (大阪大学大学院理学研究科)

Quandle coloring quivers of virtual links

古典絡み目の不変量である quandle coloring quiver が S. Nelson 氏と K. Cho 氏によって定義された。我々は仮想カンドルを用いた彩色を考えることで、Nelson-Cho の quandle coloring quiver を仮想絡み目の場合に拡張した。このとき、谷口雄大氏によって研究された古典絡み目の quandle coloring quiver の性質と類似の性質が成り立つことが分かった。

伊藤 大貴 (大阪大学大学院理学研究科)

Quandle coloring quivers for spatial graphs

有向絡み目の不変量である quandle coloring quiver が S. Nelson 氏と K. Cho 氏によって定義された。我々是有向空間グラフに対して quandle coloring を導入する。この quandle coloring を用いることで quandle coloring quiver を有向空間グラフに対して拡張し、quandle coloring number では区別できないが quandle coloring quiver で区別できるような例を構成した。

吉野 馨 (埼玉大学大学院理工学研究科)

Knitting pattern with three components

Knitting とは二方向に周期的に広がる絡み目図式であり、Morton-Grishanov, Grishanov-Meshkov-Omelchenko や河内氏によって研究されている。昨今、化学の分野において得られた分子に knitting の構造が現れることが観察されたことから、knitting の研究が重要であることが分かった。Knitting について考察する手段として、knitting を構成する基本領域(これを knitting pattern と呼ぶ。)から導かれるトーラス上の絡み目図式について考察する。 $\mathbb{R}$ に同相である knitting の成分から導かれるトーラス上の絡み目成分は本質的閉曲線であり、“傾き”が定義される。本講演では前述の分子構造を解析するため、knitting pattern において各成分が本質的単純閉曲線であり、それぞれが異なる傾きを持つ 3 成分絡み目図式につ

いて考察する。

安田 順平 (大阪大学大学院理学研究科)

曲面絡み目の plat form 表示

絡み目をブレイドを用いて表示する手法として plat form 表示が知られている。本講演では曲面絡み目における plat form 表示を導入する。これにより向き付け不可能な曲面絡み目に対して 2 次元のブレイドによる表示を与えることができる。

植木 潤 (東京電機大学)

Twisted Iwasawa invariants of knots

(丹下 稜斗氏 (早稲田大学) との共同研究)

p を素数とし、 m を p で割り切れない整数とする。結び目や絡み目の岩澤不変量は、 $\mathbb{Z}_p$ 被覆 (p 冪次巡回被覆の列) における p -torsion の漸近挙動に現れる定数である。岩澤 μ_p 不変量は Alexander 多項式の最高次係数と Bowen の p 進エントロピーの間にバランス公式を持つ。岩澤 λ_p 不変量はリーマン面の種数の類似と見られる。いずれも Alexander 多項式から簡単に計算できる。今回の結果は次の通り:

1) SL_2 既約表現で捻った岩澤不変量を「 $\mathbb{Z}/m\mathbb{Z}$ 被覆の $\mathbb{Z}_p$ 被覆」に対し考えれば、結び目の種数やファイバー性を決定できる。

2) 結び目の $\mathbb{Z}_p$ 被覆は $\mu_p = 0$ だが、表現で捻れば $\mu_p \neq 0$ となりうる。ツイスト結び目の SL_2 既約表現に対しては $\mu_p = 0$ である。

加えて、幾つかの予想や応用可能性にも言及したい。

松坂 俊輝 (名古屋大学)

三角群のモジュラー結び目に関する Rademacher 記号と 2-コサイクルについて

(植木 潤氏 (東京電機大学) との共同研究)

1892 年の Dedekind の仕事に起源を持つ Rademacher 記号という数論的な関数がある。Ghys (2007) はモジュラー群に対しモジュラー結び目と呼ばれる対象を導入することで、この Rademacher 記号に絡み数としての解釈を与え、数論と結び目理論との間に興味深い関係を示したのであった。本講演では、この Ghys の結果を一般の三角群へ拡張する。また関連して得られたいくつかの考察も合わせて紹介したい。

12 月 25 日 (金)

小林 竜馬 (石川工業高等専門学校)

曲面の基本群の無限表示

種数と境界の数が有限な向き付け可能曲面と向き付け不可能曲面の基本群につ

いて、その生成元が単純閉曲線で代表されるような生成系による無限表示を与えた。また、向き付け不可能曲面の基本群の部分群で、双側な単純閉曲線で代表されるような元で生成される部分群の無限表示も与えた。

井口 大幹 (広島大学大学院先進理工系科学研究科)

Thick isotopy property and the mapping class groups of Heegaard splittings

向き付け可能な閉 3 次元多様体 M と M の Heegaard 曲面 S に対し、左剰余類空間 $\text{Diff}(M)/\text{Diff}(M, S)$ は (M の) Heegaard 曲面の空間とよばれる。本講演では次の結果について報告する。Heegaard 曲面の空間の基本群が有限生成になるための必要十分条件は、この空間における任意のループが “thick isotopy” により実現できることである。応用として、双曲多様体の強既約 Heegaard 分解の写像類群は有限生成であることを示す。本研究の議論は Heegaard 曲面の分類問題を扱うために考案された Colding-Gabai-Ketover の方法に基づいており、主な道具として正規曲面 (normal surface) の理論を用いる。

小川 将輝 (埼玉大学大学院理工学研究科)

Classification of handlebody decompositions of the 3-sphere and lens spaces

ヒーガード分解は 3 次元多様体のハンドル体 2 つによる分解である。3 次元球面とレンズ空間のヒーガード分解は各種数で一意的であることが知られている。ヒーガード分解の一般化としてハンドル体 3 つによる 3 次元多様体の分解を考えることができる。今回は、3 次元球面とレンズ空間の種数が 1 以下のハンドル体 3 つによる分解を分類することができたので発表する。

岡野 雅起 (東北大学大学院情報科学研究科)

Jones 多項式の幅と絡み目の交点数

一般化ひねりはタングルを連結することで定義される。ここでは特に、(3, 3)-タングルを考える。通常のひねりは絡み目を非交代化するものである。通常のひねりの場合、最小交点数と Jones 多項式の幅との差はひねりを加えるごとに大きくなる場合があることがわかった。一般化ひねりはここでは交代的である (3,3)-タングルのみを考える。この場合、Jones 多項式の幅と最小交点数との差はひねりの個数を多くしても変化しない場合があることがわかった。一般化ひねりの絡み目の最小交点数は、一般には決定することは難しいが、絡み数を用いて決定できる場合がある。

高野 暁弘 (東京大学大学院数理科学研究科)

Extension of Tong-Yang-Ma representation

(Arthur Soulié 氏 (Glasgow 大学) との共同研究)

Tong-Yang-Ma 表現 (もしくは標準表現) は、1996 年に D.M. Tong, S.D. Yang,

Z.Q. Ma によって発見された組み紐群 B_n の n 次元既約表現である。この表現は Burau 表現によく似ているものだが、これまであまり研究されてこなかった。例えば、Burau 表現は様々な方法で string link の表現へ拡張がなされてきたが、Tong-Yang-Ma 表現に関してはそのような拡張はまだされていない。よって本講演では、Tong-Yang-Ma 表現を string link の表現へ拡張する方法を紹介する。

吉田 純 (東京工業大学/東京大学)

Khovanov homologies of some pretzel knots

Khovanov homology was developed by Khovanov in 2000 as a categorification of the Jones polynomial. In a recent paper, the speaker found a brand-new method for the computation of Khovanov homology based on a categorified analogue of Vassiliev skein relation, which was constructed in a joint work with N. Ito. In this talk, we will see how it works in computation of Khovanov homologies of some pretzel knots.

伊藤 昇 (茨城工業高等専門学校)

A cobordism realizing crossing change on $sl(2)$ tangle homology and a categorified Vassiliev skein relation

(吉田 純氏 (東京工業大学/東京大学) との共同研究)

Bar-Natan の cobordism による Khovanov homology の構成において、交差交換に対する cobordism 「種数 1 射」を導入し、categorified Vassiliev skein relation を任意係数で与えた。これは自然に singular tangle homology を導く。構成の普遍性から、より一般の TQFT に拡張されるため、Lee, Bar-Natan, Naot の不変量も一斉に拡張される。

12月26日(土)

北澤 直樹 (九州大学マス・フォア・インダストリ研究所)

折り目写像の特異性に関する違いと多様体の情報の違いの関係について

Morse 関数と離散的に現れる特異点から多様体のホモロジー群やホモトピーに関する情報が分かり、例えば特異点を丁度 2 個有する Morse 関数を許容する閉多様体として、4 次元でないホモトピー球面と標準的 4 次元球面が特徴づけられる。高次元版として折り目写像そしてその良いクラスを考えると、しばしば多様体の位相や可微分構造が強く制限を受けることが分かってきている。前の Morse 関数の自然な高次元版で、単位球面の射影や適当な球面の直積やそれらを連結和したものに自然に構成できる折り目写像を含むクラスである、special generic 写像は、標準的でない球面、球面の直積に位相的には近いがそうでないような多様体には

ないという状況が多い (佐伯修氏佐久間一浩氏や D. Wrazidlo 氏の 1990 年代以降の研究)。講演者は、写像の特異性に関する違いと多様体の情報の違いの間の関係について、広いクラスでの具体例の発見、一般的な現象としての扱いに関する考察を続けており、以前本研究集会でも少し発表させて頂いたことがあるが、最近より多く進展があったので報告する。「結び目」に絡む絡み得る部分として、特異値の集合、正則値の逆像、これらはそれぞれ値域に余次元 1 ではめこまれた多様体、定義域の多様体の部分多様体だが、こういう対象の (微分) トポロジー等が鍵となることにも触れておく。

古谷 凌雅 (広島大学大学院理学研究科)

安定写像と双曲絡み目

S^3 から平面への安定写像であって S^3 内の絡み目 L を定値折り目特異点の集合に含むものを (S^3, L) の安定写像という。このような安定写像の特異ファイバーのうち不定値折り目特異点を 2 つ含むものは II^2 型特異ファイバーと II^3 型特異ファイバーの 2 種類ある。 L が双曲絡み目のとき (S^3, L) の安定写像はこれらの特異ファイバーを必ずもつ。石川昌治氏と古宇田悠哉氏は 3 次元多様体の shadow を用いて II^2 型特異ファイバーを 1 つのみもつ双曲絡み目の分類を与えた。本講演では shadow を用いて II^3 型特異ファイバーを 1 つのみもつ双曲絡み目の分類を与える。

浅野 喜敬 (東北大学大学院理学研究科)

4-manifolds admitting simplified $(2, 0)$ -trisections with prescribed vertical 3-manifolds

Gay-Kirby の trisection は 3 つの 1-ハンドルボディによる 4 次元多様体の分割である。これは閉 4 次元多様体から実 2 次元平面への安定写像 (trisection 写像) を構成することにより存在が証明される。本講演では実 2 次元平面上の弧の trisection 写像による引き戻しの定める 3 次元多様体の 6 つの組を調べることで定義域の多様体が向きも込めて決定できることを報告する。

丹下 基生 (筑波大学)

The third term in lens surgery polynomials

レンズ空間結び目のアレクサンダー多項式は特徴的な性質をもつ。Ozsvath と Szabo によってその多項式の係数の絶対値は 1 以下で、non-zero な係数は交代的に表れることが分かっている。既存の研究からその第 1 係数の指数は結び目の種数と一致し、第 2 係数は -1 になることが知られている。今回は第 3 係数に着目する。寺垣内氏によって、第 3 係数が 1 となるのは、その多項式が $(2, 2n+1)$ トーラス結び目の時のみであることが予想された。今回この予想が正しいことを non-zero 曲線を用いて証明する。